

令和3年度・個別学力検査

数 学 (中)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後、すべての解答用紙の氏名欄、受験番号欄に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。
3. 答えは解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の縦の線の右側には、何も記入してはいけません。
5. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
6. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、答案では求める手順をわかりやすく説明しなさい。

令和3年度個別学力検査 中期日程

薬学部
数 学 問 題

名古屋市立大学 学生課人試係 052-853-8020

許可なしに転載、複製
することを禁じます。

◇M7(136-64)

1. 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ を以下のように定める。

$$a_1 = p$$

$$b_n = qa_n + p$$

$$a_{n+1} = rb_n + p$$

ただし, p, q, r は正の実数とする。次の問いに答えよ。

(1) a_3, b_3 を p, q, r を用いて表せ。

(2) a_n, b_n を n, p, q, r を用いて表せ。

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ を p, q, r を用いて表せ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ と $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ が収束するとき、以下の 3 つの条件式を同時に満たす s を求めよ。対数は自然対数であり、 e は自然対数の底である。

$$\begin{aligned} \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n} &= \frac{6}{5} \\ q &= e^{-s \log 2} \\ r &= e^{-2s \log 2} \end{aligned}$$

2. O を原点とする座標空間内に 3 点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ がある。ただし、 $a > 1, b > 1, c > 1$ とする。 $\angle BAC = \theta$ とし、 $\triangle ABC$ の面積を S とするとき、次の問いに答えよ。

(1) $\cos \theta, \sin \theta$ を a, b, c を用いて表せ。

(2) 原点 O から平面 ABC に垂線を下ろし、垂線と平面の交点を H とする。線分 OH の長さが 1 のとき、 $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 1$ が成り立つことを示せ。

(3) (2) の条件のもとで $a = 2$ としたとき、 S を最小にする b, c の値を求めよ。また、そのときの S の値を求めよ。

3. 2以上の自然数 k に対して、関数 $f_k(x)$ を

$$f_k(x) = \frac{\log x}{x^k} \quad (x > 0)$$

と定める。対数は自然対数である。 xy 平面上において、曲線 $y = f_k(x)$ に原点 O から引いた接線を l_k とし、接点の x 座標を p_k とする。また、 $f_k(x)$ は $x = q_k$ で最大値をとるものとする。さらに、2以上の自然数 k に対して、関数 $g_k(x)$ を

$$g_k(x) = (k-1)^2 \int_a^x f_k(t) dt \quad (x > 0)$$

と定める。ただし、 $a = e^{\frac{1}{1-k}}$ で、 e は自然対数の底である。次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ のとき $\log x < x$ であることを示し、これを用いて $\lim_{x \rightarrow \infty} f_k(x)$ を求めよ。

(2) $f_k(x)$ の増減と $y = f_k(x)$ のグラフの凹凸を調べ、そのグラフの概形をかけ。

(3) p_k を k を用いて表せ。また、接線 l_k の方程式を求めよ。

(4) x の関数 $g_k(x)$ を k を用いて表せ。また、 $g_{k+1}(q_k) = g_{k+2}(p_k)$ であることを示せ。