

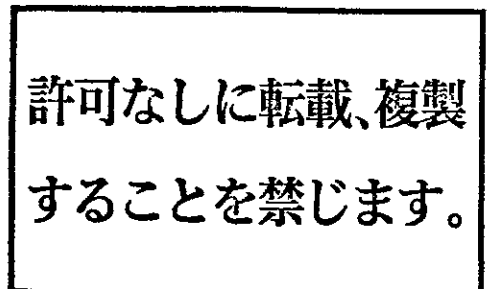
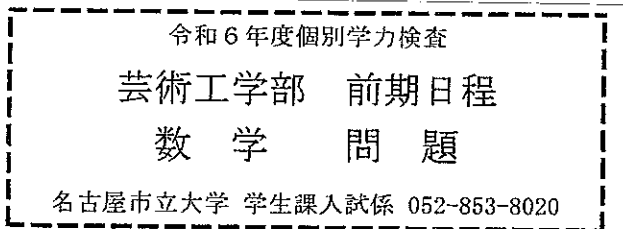
令和6年度・個別学力検査

数 学 (芸工)

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 試験開始後、すべての解答用紙に氏名(カタカナ)及び受験番号を記入しなさい。
受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。また、氏名(カタカナ)及び受験番号以外の文字、数字などは、絶対に記入してはいけません。
3. 答えは解答用紙の各問題番号の欄に記入しなさい。
4. 解答用紙の裏面には何も書いてはいけません。
5. 試験終了後、問題冊子および下書用紙は持ち帰りなさい。

すべての問題について、答案では求める手順をわかりやすく説明しなさい。



1. 正四面体 $OABC$ に対して、平面 OAB 上の点 P が $\overrightarrow{5OP} = \overrightarrow{PA} - 3\overrightarrow{PB}$ を満たしている。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、次の問いに答えよ。

(1) \overrightarrow{OP} を \vec{a} , \vec{b} で表せ。

(2) $\triangle ABC$ の重心 G と点 P を通る直線が平面 OAC と交わる点を Q とする。 \overrightarrow{OQ} を \vec{a} , \vec{c} で表せ。

(3) 線分 OA 上の点 R に対して、 $\triangle PQR$ が PQ を斜辺とする直角三角形になるとき、 $\frac{OR}{OA}$ を求めよ。

2. n を自然数とする。1 から n までの番号が 1 つずつ書かれた n 枚のカードがある。次の問いに答えよ。

- (1) $n = 18$ とする。18 枚のカードから 2 枚のカードを同時に取り出すとき、取り出した 2 枚のカードの番号の和が 3 の倍数になる確率を求めよ。
- (2) $n = 20$ とする。20 枚のカードから 17 枚のカードを同時に取り出すとき、取り出した 17 枚のカードの番号の和が 3 の倍数になる確率を求めよ。
- (3) m を自然数とし、 $n = 3m + 2$ とする。 n 枚のカードから $n - 3$ 枚のカードを同時に取り出すとき、取り出した $n - 3$ 枚のカードの番号の和が 3 の倍数となる確率を m を用いて表せ。

3. $a_n = 3^n - 2^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列 $\{a_n\}$ がある。次の問いに答えよ。

(1) $n \geq 2$ のとき, $a_{n+4} - a_n$ が 20 の倍数であることを示せ。

(2) a_n を 20 で割った余りを b_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 m を自然数 ($m = 1, 2, 3, \dots$) とするとき, b_{4m-3} を求めよ。

(3) $a_n + 4n$ を 10 で割った余りを c_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。 c_1 から c_{20} を求めよ。

4. 関数 $f(x) = p \sin x$, $g(x) = q \cos x$ ($p > 0$, $q > 0$) について, 次の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x \leq \pi$ で曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点の x 座標を α とする。
 $\alpha \leq x \leq \pi$, $y \geq 0$ において曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ と x 軸で囲まれた領域の面積 S_1 を p, q を用いて表せ。
- (2) $\pi \leq x \leq 2\pi$ で曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点の x 座標を β とする。
 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \beta$, $y \leq 0$ において曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ と x 軸で囲まれた領域の面積 S_2 を p, q を用いて表せ。
- (3) $S_1 : S_2 = \sqrt{2} + 1 : \sqrt{2} - 1$ であるとき, (1), (2) における α と β を求めよ。